

# V. АЛГОРИТМЫ И БАЗЫ ДАННЫХ

УДК 550.34.01

## АЛГОРИТМЫ СТАТИСТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ МАЛОАПЕРТУРНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ГРУПП: ТЕСТИРОВАНИЕ НА РЕАЛЬНЫХ ЗАПИСЯХ

А.Ф. Кушнir

*Международный институт теории прогноза землетрясений  
и математической геофизики Российской академии наук*

В.М. Лапшин

*Объединенный институт физики Земли  
Российской академии наук*

Т. Кварна, Я. Фьен

*Институт NORSAR, Национальный совет по науке,  
Норвегия*

Описывается пакет статистически оптимальных алгоритмов и программ для обработки данных малоапертурных сейсмических групп и приводятся результаты его тестирования с использованием записей сейсмических событий на Скандинавских малоапертурных сейсмических группах. Пакет предназначен для обнаружения и выделения на фоне помех слабых сейсмических сигналов от телесейсмических или региональных событий малой магнитуды. Он может применяться для автоматизации процесса составления каталогов региональных и локальных землетрясений, а также для мониторинга подземных ядерных и химических взрывов. Пакет алгоритмов и программ имеет адаптивную структуру и включает подсистему статистического оценивания матричной спектральной плотности сейсмических помех, регистрируемых группой. Использование этой спектральной плотности позволяет резко повысить отношение сигнал/шум за счет подавления когерентной составляющей помех. Тестирование пакета в системе мониторинга региональной сейсмичности Норвежского института NORSAR показало, что для поля микросейсмических шумов Скандинавии адаптивная статистическая обработка данных позволяет повысить отношение сигнал/шум по мощности в 10–30 раз и существенно улучшить точность автоматического определения азимута, кажущейся скорости и моментов вступления слабых сейсмических фаз региональных событий.

---

© А.Ф. Кушнir, В.М. Лапшин, Т. Кварна, Я. Фьен, 1994

# ALGORITHMS AND PROGRAMS FOR ADAPTIVE STATISTICAL PROCESSING OF SEISMIC ARRAY DATA

A. F. Kushnir

*International Institute of Earthquake Prediction  
Theory and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences*

V. M. Lapshin

*United Institute of Physics of the Earth,  
Russian Academy of Sciences*

T. Kvarna, J. Fyen

*National Research Council, NORSAR, Norway*

A package of algorithms and programs has been developed for analysis of data from seismic arrays (or local seismic networks). The package is intended for detection and parameter estimation of seismic waves generated by teleseismic or regional low magnitude events obscured by background or transient noise. This is crucial for automatic monitoring of underground nuclear explosions at teleseismic distances and for automatic production of local and regional catalogs. The algorithms and programs have adaptive structure and incorporate statistical estimation of matrix power spectral density of interfering seismic noise. Utilization of this spectral density strongly enhances the signal to noise ratio due to suppression of the coherent component in interfering seismic waves. A subsystem of adaptation provides an effective performance of programs aimed at determining the main parameters of seismic waves propagating across an array (or local network). The package has been tested in the framework of the NORSAR computer system for processing data coming from the Scandinavian small aperture seismic arrays NORESS, ARCESS and FINESA. Its application for monitoring low magnitude seismicity has shown that, for the Scandinavian microseisms this adaptive statistical processing of seismic array data enhances the signal to noise power ratio by a factor of 20 on the average (in the frequency band 0.2–10 Hz) and improves the automatic estimation of onset times, azimuths and apparent velocities of seismic waves from low magnitude events.

## ВВЕДЕНИЕ

Сейсмологические исследования с применением сейсмических групп имеют большую историю [1, 2]. Широко известные группы LASA и NORSAR длительное время применялись для изучения глобальной и региональной сейсмичности [3]. Были предложены и экспериментально исследованы алгоритмы обработки данных этих групп, основанные на методах статистической теории решений [3–5]. В результате был сделан вывод, что применение статистических процедур для больших групп не дает ощутимого выигрыша по сравнению с более простыми методами [5], в основном из-за неправомерности предположения, что сейсмическая волна, приходящая на группу, является плоской. Это предположение не выполняется при диаметре группы порядка сотен километров, поскольку фронт волны существенно

искажается из-за неоднородности среды распространения.

В последнее десятилетие снова возрос интерес к оптимальным статистическим методам обработки сейсмических данных в связи с развитием малоапертурных групп NORESS, ARCESS, FINESA и GERESS [6,7]. Диаметр этих групп составляет примерно 3 км, поэтому неоднородность среды искажает фронт плоской волны не так сильно, как в больших группах.

На основе опыта эксплуатации малоапертурных групп были разработаны пакеты алгоритмов и программ для автоматизированного анализа сейсмических наблюдений [6, 7]. Эта технология обработки основана на многоканальной узкополосной фильтрации наблюдений данных малоапертурных сейсмических групп системой фильтров, выбранных для наилучшего разделения сейсмического сигнала и шума. Подавление шумов группы осуществляется с помощью процедуры формирования луча, применяемой в каждой частотной полосе со своим подмножеством датчиков группы (со своей подгруппой). Конфигурации подгрупп выбираются для данной малоапертурной группы экспериментально с целью наилучшего подавления помех в каждой из частотных полос.

Хотя эффективность этой технологии продемонстрирована многолетним опытом функционирования Скандинавских малоапертурных сейсмических групп, ясно, что она требует больших усилий при "настройке" новых групп в местах, где характеристики помех существенно отличаются от Скандинавских. В частности, оптимальные конфигурации подгрупп, частотные полосы, пороги узкополосных детекторов и т.п. для новых районов установки будут существенно отличаться от тех, которые выбраны в результате эксплуатации Скандинавских групп.

В работе предлагается альтернативная технология обработки данных малоапертурных сейсмических групп, основанная на адаптивном подходе и использовании рекомендаций теории статистического анализа временных рядов. Согласно предлагаемому подходу, данные сейсмических групп обрабатываются в широкой полосе частот с учетом статистических характеристик помех, действующих в датчиках группы. Эти характеристики, а точнее матричная энергетическая спектральная плотность помех, периодически оцениваются по реализациям "чистых" помех. Тем самым осуществляется адаптация процедур обработки данных к действующим помехам. На основе адаптивного подхода может быть существенно повышена эффективность применения оптимальных статистических алгоритмов детектирования сейсмических сигналов и оценивания их параметров.

Блок-схема разработанного адаптивного пакета алгоритмов и программ приведена на рис. 1. Пакет включает подсистему адаптации и следующие программы обработки многоканальных данных сейсмической группы:

- оптимальная групповая (винеровская) фильтрация с адаптивным формированием диаграммы направленности,
- высококачественная полосовая фильтрация и адаптивная фильтрация данных, обеляющая сейсмическую помеху,
- оптимальное детектирование слабых сейсмических сигналов,
- оценка моментов вступления сейсмических фаз,
- пространственный спектральный анализ ( $F$ - $K$ -анализ) с высоким разрешением.

Содержание алгоритмов, составляющих блок-схему рис. 1, и их взаимодействие в рамках разработанного пакета программ описаны в последующих разделах.

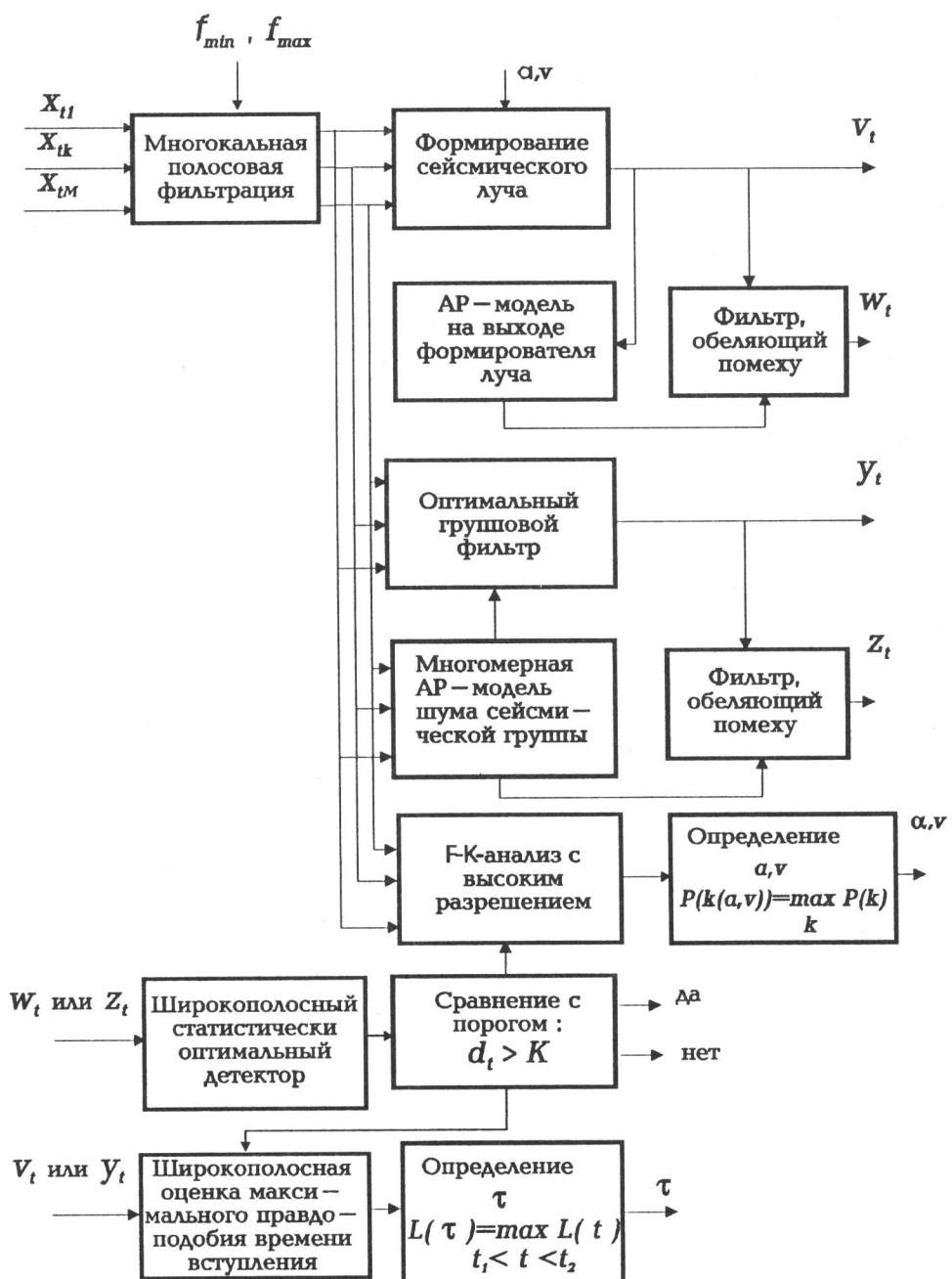


Рис. 1. Блок-схема пакета программ для статистически оптимальной обработки данных сейсмических групп

## СТАТИСТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЕ, ВЫДЕЛЕНИЕ И ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ

Применение оптимальных статистических процедур для обработки данных сейсмических групп позволяет в ряде случаев существенно повысить отношение сигнал/шум. Этот выигрыш обеспечивается за счет использования статистических свойств шума, который интерпретируется как многомерный гауссовский процесс, характеризуемый матричным спектром мощности  $F(\lambda)$ . Спектр  $F(\lambda)$  содержит всю доступную из наблюдений с помощью группы информацию о временном и пространственном спектре мощности шумового поля, воздействующего на сейсмическую группу. Наилучшие результаты применения оптимальных статистических процедур получаются при матричном спектре  $F(\lambda)$ , близком к вырожденному, что имеет место при плотном расположении станций в случае, когда помеха является когерентной, т.е. порождается небольшим числом локализованных в пространстве источников. В этой ситуации может быть построен многомерный фильтр, подавляющий помехи и выделяющий сигнал, если последний приходит из точки пространства, не совпадающей с источниками помех. Этот фильтр строится на основе теории *винеровской оптимальной фильтрации* (в дальнейшем – ВОФ).

Использованию ВОФ для сейсмических групп посвящено значительное число исследований. В этих работах ВОФ сравнивается с *процедурой формирования луча* (в нашем обозначении – ПФЛ), которая является наиболее простой процедурой улучшения отношения сигнал/шум за счет пространственных свойств помехи и сигнала. Существенные результаты в этом направлении получил Кейпон в работах [3–5] в 1966–1973 гг., применивший ВОФ на группах большой апертуры – LASA, NORSAR, ALPA. Однако он пришел к выводу, что получаемый на этих группах выигрыш ВОФ по сравнению с ПФЛ – порядка 3 дБ – не оправдывает существенного увеличения времени обработки. Этот вывод надолго затормозил исследования по применению ВОФ к обработке данных сейсмических групп, пока в 1979 г. Шен [8] не получил на малоапертурной Корейской группе KSRS (19 станций на круге диаметром 10 км) выигрыш ВОФ по сравнению с ПФЛ около 6 дБ в широкой полосе частот (0.5–3.3 Гц) и 17 дБ в полосе (0.5–1.1 Гц). Однако эта работа, по-видимому, не была замечена или предложенная в [8] процедура не обладала достаточной надежностью. Во всяком случае, для малоапертурных сейсмических групп NORESS и ARCESS [6], поддерживаемых Норвежским институтом NORSAR, программное обеспечение было основано на ПФЛ и его модификации – взвешенной ПФЛ [7].

Экспериментальные результаты, приведенные в данной работе, получены в 1989–1991 гг. с помощью адаптивной алгоритмической и программной реализации метода ВОФ, разработанной в [9, 10], и являются, по-видимому, одной из первых попыток широкого применения ВОФ на реальных данных малоапертурных сейсмических групп типа NORESS. Особенностью предложенной в [9, 10] реализации ВОФ, которую ниже будем называть *адаптивным оптимальным групповым фильтром* – АОГФ, является использование в процедуре адаптации многомерной авторегрессионной модели для аппроксимации матричного спектра мощности чистого шума. Как показали модельные исследования и работа с реальными данными [11–13], этот подход обеспечивает большую экономию машинных ресурсов и высокое шумоподавление, когда помеха близка к когерентной.

## 1. Процедура формирования луча и оптимальный групповой фильтр

Процедура формирования луча (ПФЛ) заключается в суммировании трасс различных датчиков группы после их сдвигов во времени с учетом относительных задержек сейсмических сигналов, определяемых направлением прихода сейсмической волны, т.е. ее азимутом  $\alpha$  и кажущейся скоростью  $v$ . При некоррелированных помехах в различных датчиках группы и совпадении формы сигналов во всех датчиках средний выигрыш в отношении сигнал/шум (по мощности), по сравнению с отдельным датчиком, равен числу датчиков  $M$ . При коррелированных помехах выигрыш от применения ПФЛ может быть ниже или выше  $M$ , в зависимости от статистических характеристик шумового поля. Метод взвешенной ПФЛ отличается от ПФЛ тем, что в каждом выбранном диапазоне частот суммируются не все трассы, а только их часть, т.е. вместо всей группы используется ее некоторая подгруппа. При этом для стационарной помехи может быть достигнут выигрыш в отношении сигнал/шум больший, чем  $M$ , но выигрыш этот не стабилен, если характеристики реальной сейсмической помехи меняются во времени. Процедуры ПФЛ и взвешенной ПФЛ при правильных сдвигах трасс не искажают сигнал, т.е. при отсутствии шума выходные сигналы этих процедур в точности повторяют форму сейсмической волны.

*Оптимальный групповой фильтр* (в дальнейшем – ОГФ) – это многоканальный винеровский оптимальный фильтр с частотной характеристикой, описанный в [9]

$$\bar{H}(f) = \bar{G}^+(f)F^{-1}(f)/\bar{G}^+(f)F^{-1}(f)\bar{G}(f), \quad (1)$$

использующий в качестве входа многомерный временной ряд, регистрируемый датчиками группы:

$$\bar{x}_t = \bar{s}_t + \bar{\xi}_t, \quad \bar{s}_t = \bar{G}_t * u_t, \quad \bar{x}_t = (x_{t1}, \dots, x_{tM})^T$$

и создающий на выходе скалярный временной ряд  $y_t = \bar{H}_t * \bar{x}_t$ . В (1) обозначено:  $F(f)$  – матричный спектр мощности помех  $\bar{\xi}_t = (\xi_{t1}, \dots, \xi_{tM})^T$  на выходах датчиков группы;  $\bar{s}_t = (s_{t1}, \dots, s_{tM})^T$  – вектор сигнальных компонент на этих выходах;  $\bar{G}_t \leftrightarrow \bar{G}(f)$  – пара преобразований Фурье – векторы импульсных и частотных характеристик среды на путях распространения сейсмической волны от источника сигнала до датчиков группы;  $u_t$  – форма сейсмического сигнала в источнике;  $*$  – свертка последовательностей;  $+$  – знак эрмитова сопряжения.

Процедура ОГФ минимизирует мощность шума на выходе:  $E(\bar{H}_t * \bar{\xi}_t) = \min$ , при условии неискажения сигнала, приходящего с заданного направления:  $\bar{H}_t * s_t = u_t$ . Для плоско-слоистой среды  $\bar{G}(f)$  имеет вид

$$\bar{G}(f) = (\exp(-i2\pi f \tau_k)), \quad k \in (1, M)^T,$$

где  $\tau_k$  – задержка волнового фронта на  $k$ -й станции группы относительно 1-й станции;  $f \in (0, f_{KB}/2]$ ,  $f_{KB}$  – частота дискретизации. При правильном выборе ("настройке") функции  $\bar{G}(f)$  сигнал на выходе ОГФ при отсутствии шума совпадает с волновой формой  $u_t$  сигнального поля (так же, как и в ПФЛ). При некоррелированных помехах  $F(f) = I$ , где  $I$  – единичная матрица, и ОГФ совпадает с ПФЛ.

Известно, что статистически оптимальный детектор случайного сигнала, наблюдаемого на фоне помех со спектром мощности, отличающимся от спектра сигнала, должен включать обеляющий фильтр. При статистически оптимальной обработке данных сейсмических групп этот фильтр целесообразно применять после подавляющих помеху процедур ПФЛ или ОГФ. Обеляющий помеху фильтр после ПФЛ должен иметь частотную характеристику  $W(f) = [\bar{G}^+(f)F(f)\bar{G}(f)]^{-1/2}$ , а такой фильтр после ОГФ – характеристику  $U(f) = [\bar{G}^+(f)F^{-1}(f)\bar{G}(f)]^{1/2}$ . На практике более удобно использовать вместо ОГФ (1) и следующего за ним обеляющего фильтра  $U(f)$  другую (эквивалентную) комбинацию фильтров: групповой фильтр с векторной частотной характеристикой  $\bar{K}(f) = \bar{G}^+(f)F^{-1}(f)$ , за которым следуют два фильтра с частотными характеристиками  $U^{-1}(f)$  и  $[U^{-1}]^+$ . Первый фильтр обеливает шумы, второй – обеспечивает неискаженное воспроизведение сейсмического сигнала и может быть назван восстановливающим фильтром.

## 2. Адаптация оптимального группового фильтра к изменению спектра помех

Практическое использование ОГФ, по нашему мнению, сдерживалось до настоящего времени двумя обстоятельствами. Во-первых, для его использования в реальном масштабе времени требуется значительная мощность ЭВМ. Во-вторых, и это самое главное, чтобы достичь теоретической эффективности подавления помех, требуется точная информация об их матричном спектре мощности. Но сейсмические помехи нестационарны и применение ОГФ может быть эффективным только в адаптивной системе обнаружения, когда матричный спектр мощности помех периодически оценивается по наблюдениям.

Оценивание  $F(f)$  классическими методами непараметрического спектрального анализа [14], последующее обращение оценки  $\hat{F}(f)$  на каждой частоте  $f$  и синтез на основе матричной функции  $F^{-1}(f)$  цифровых фильтров реального времени – все это вместе представляет собой громоздкую, статистически и вычислительно неустойчивую процедуру, особенно при достаточно большом числе датчиков в группе. Этим, на наш взгляд, объясняется не столь успешное применение ВОФ в ряде предшествующих работ. Идея создания АОГФ становится реальной, если для оценки матричного спектра мощности использовать многомерный вариант метода авторегрессионного моделирования временных рядов [14] (в дальнейшем – АР-модель). В интересующем нас аспекте этот метод сводится к построению по текущим наблюдениям помехи матричного полинома

$$\hat{F}^{-1}(f) = \left( \sum_{k=0}^p A_k e^{ikf} \right) \left( \sum_{k=0}^p A_k^T e^{-ikf} \right)^+ = \sum_{k=-p}^p L_k e^{ikf}, \quad f \in (0, f_{KB}/2], \quad (2)$$

наилучшим образом аппроксимирующего обратную матрицу  $F^{-1}(f)$ . При этом матрицы  $A_k$ ,  $k \in (0, p)$ , находятся по первым  $p+1$  значениям выборочной матричной автокорреляционной функции помех с помощью эффективной вычислительной процедуры, предложенной в [15, 16]. По матричным коэффициентам  $L_k$  при  $\bar{G}(f) = (\exp(-i2\pi f \tau_k), k \in (1, M))^T$ , может быть построен векторный фильтр  $\bar{H}(f)$  (1) с конечной импульсной характеристикой, применимый в процедурах реального времени. Более подробный анализ адаптивной групповой фильтрации описанным выше методом приведен в [9–11].

### 3. Когерентность шума и оптимальная групповая фильтрация

Наибольшее шумоподавление с помощью ОГФ достигается при шумах, близких к когерентным. Когерентными являются помехи, приходящие от одного или нескольких источников, локализованных в пространстве. Это могут быть помехи, вызванные быстрыми флуктуациями атмосферного давления и волнами прибоя на морских побережьях, помехи от работающих механизмов и т.п. Реальный сейсмический шум обычно состоит из суперпозиции таких помех и диффузного микросейсмического шума. Близкий к когерентному шум на диаграммах пространственного спектрального анализа (*F-K*-анализа) выражается в виде набора достаточно узких пиков над плоскостью волновых чисел, каждый из которых приурочен к своему источнику. Способность ОГФ минимизировать мощность когерентных помех можно объяснить, если интерпретировать его как пространственный фильтр, имеющий близкие к нулевым весовые коэффициенты для помеховых пространственных спектральных составляющих и единичный весовой коэффициент – для сигнальной пространственной составляющей, которая определяется ожидаемым направлением прихода сигнала на группу.

Действительно, почти когерентный шум  $\bar{\xi}_t$  можно представить в виде

$$\bar{\xi}_t = \sum_{k=1}^K \eta_{kt} * \bar{\varphi}_{kt} + \varepsilon v_t,$$

где  $\eta_{kt}$  – скалярный шумовой процесс в  $k$ -ом источнике;  $\bar{\varphi}_{kt}$  – вектор передаточных функций среды распространения от  $k$ -го источника к приемникам группы;  $\varepsilon v_t$  – векторный диффузный шум, имеющий малую мощность  $\varepsilon^2$ . Если  $\eta_{kt}, \bar{v}_t$ ,  $k = 1, \dots, K$ , независимы, матричный спектр мощности процесса  $\bar{\xi}_t$  имеет вид

$$F_\varepsilon(f) = \sum_{k=1}^K f_k \bar{\varphi}_k \bar{\varphi}_k^+ + \varepsilon^2 \Phi,$$

где  $f_k(f)$  – спектр мощности процесса  $\eta_{kt}$ ;  $\Phi(f)$  – матричный спектр мощности нормированного диффузного шума  $v_t$ ;  $\bar{\varphi}_k(f)$  – вектор частотных характеристик среды – преобразование Фурье от  $\bar{\varphi}_{kt}$ . Легко показать, что при  $\varepsilon \rightarrow 0$  каждый вектор  $\bar{X} \in C^M$  (где  $C^M$  – комплексное  $M$ -мерное евклидово пространство) проектируется оператором  $F_\varepsilon(f)$  на шумовое подпространство  $\mathcal{L}_n = \{\bar{\varphi}_k(f), k \in (1, K)\}$ , т.е.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} F_\varepsilon \bar{X} = \sum_{k=1}^K c_k \bar{\varphi}_k. \text{ Отсюда следует, что оператором } \varepsilon^2 F^{-1}(f) \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0 \text{ вектор}$$

$\bar{X}$  проектируется на ортогональное  $\mathcal{L}_n$  подпространство, которое не пусто при  $K < M$ . Поэтому составляющая вектора  $\bar{X}(f)$ , принадлежащая шумовому подпространству, будет при малых  $\varepsilon$  сильно уменьшена процедурой ОГФ (1) (если только число источников помех  $K$  меньше числа приемников  $M$ ). Это и означает, что помехи  $\bar{\xi}_t$  при малых  $\varepsilon$  будут подавляться.

Рассмотрим случай, когда имеется только один локализованный источник помех, а диффузный шум – белый:  $\bar{\xi}_t = \eta_{1t} * \bar{\varphi}_{1t} + \varepsilon \bar{v}_t$ ,  $E(\bar{v}_t \bar{v}_t^*) = I$ . Теоретический выигрыш ОГФ по сравнению с ПФЛ в отношении сигнал/шум на каждой частоте  $f \in (0, f_{KB}/2]$  равен в этом случае [10]

$$Q(\lambda) = 1 + c(\lambda) M^2 \rho^2(\lambda) / (1 + M \rho(\lambda)),$$

где  $\rho(\lambda) = f_1(\lambda)/\varepsilon^2$ ;  $c(\lambda) < 1$  и зависит от направления и скорости прихода волны шума, а также конфигурации группы датчиков. Теоретический выигрыш  $Q$  для процедуры ОГФ по сравнению с ПФЛ в широкой полосе частот исследовался в [10]. Для фиксированного спектра помехи  $f_1(\lambda)$  он является функцией коэффициента когерентности помехи  $\rho = \sigma^2/\varepsilon^2$ , где  $\sigma^2 = \int_0^{2\pi} f_1(\lambda)d\lambda$  – мощность локализованного источника помех  $\eta_{1t}$ .

На рис. 2 представлены теоретический и экспериментальный выигрыш для процедуры ОГФ в полосе частот 0.1–5 Гц в зависимости от коэффициента когерентности помех  $r$ . Экспериментальные результаты получены оцениванием матричного спектра мощности шума с помощью многомерной АР-модели по выборке искусственных данных, имитирующих помеху  $\eta_{1t}$  в виде плоской волны, приходящей на группу с азимутом  $30^\circ$  и углом падения  $30^\circ$ . Расчеты производились для геометрии центральной подгруппы группы NORSTAR.

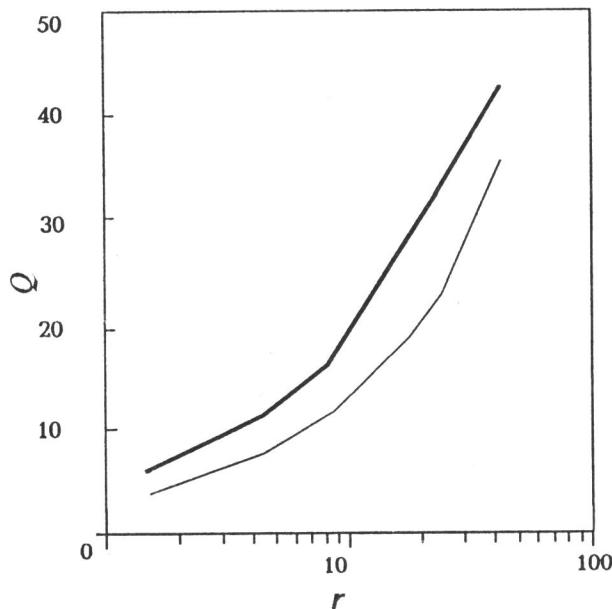


Рис. 2. Выигрыш  $Q$  в отношении сигнал/шум для процедуры ОГФ по сравнению с ПФЛ в зависимости от коэффициента когерентности помех  $r$  в полосе 0.1–5 Гц. Жирная линия – теоретическая кривая, тонкая – экспериментальная

Различие в теоретической и экспериментальной кривых связано с аппроксимацией близкого к вырожденному матричного спектра шума  $\xi_+$  с помощью АР-модели (2). То, что это различие не слишком велико, свидетельствует о достаточно хорошем качестве аппроксимации.

#### 4. Статистически оптимальное детектирование сейсмических сигналов

Трудность проблемы детектирования сейсмических сигналов заключается в том, что и сигнал, и сейсмические помехи – это шумоподобные процессы, энергетический спектр которых заранее не известен. Однако, если помехи слабо нестационарные, то их спектр может быть оценен по наблюдениям. При таком адаптивном

подходе их статистические характеристики при обнаружении сигнала уже можно считать известными. В то же время энергетический спектр сейсмического сигнала невозможно оценить с достаточной точностью из-за малой длительности сигнала и влияния помех. В существующих процедурах указанная трудность преодолевается путем фильтрации сейсмограммы с помощью набора полосовых фильтров и обнаружения сигнала на выходе каждого из фильтров с помощью детектора, сравнивающего с порогом отношение средних мощностей выходного сигнала фильтра в коротком и длинном временных окнах (STA/LTA детектор). В работе [7] эта процедура детектирования применяется к выходным сигналам целого множества сейсмических лучей, формируемых на основе различных подгрупп данной сейсмической группы (с целью наилучшего подавления пространственно коррелированных сейсмических помех в каждом диапазоне частот). Этот достаточно громоздкий алгоритм обнаружения сейсмических сигналов по данным группы требует настройки множества порогов для STA/LTA детекторов и выбора конфигураций подгрупп в зависимости от конкретных свойств помехи в месте установки группы.

Ниже предлагается альтернативный подход к обнаружению сигналов по данным группы, основанный на применении широкополосного детектора, описанного в [10, 17, 18]. Детектор использует оптимальное правило проверки простой статистической гипотезы  $H_0$  – наблюдаемый временной ряд в скользящем временном окне:  $Y_k$ ,  $k = \bar{t}, \bar{t} + T$ , есть "чистый" шум с известным энергетическим спектром, против сложной альтернативы  $H_1$  – этот временной ряд содержит сигнал с неизвестным спектром. Детекторный алгоритм включает процедуру периодической адаптации – оценивание энергетического спектра помех, предшествующих сигналу, с помощью построения АР-модели.

Статистически оптимальный детектор, пригодный для работы в реальном времени, легко синтезировать, если применить предварительную обеляющую фильтрацию помех и рассматривать временной ряд на выходе этого фильтра в интервале, когда сигнал присутствует как АР-процесс с неизвестными параметрами. При этом задача сводится к проверке простой гипотезы  $H'_0$  – процесс  $z_k$ ,  $k = \bar{t}, \bar{t} + T$ , на выходе обеляющего фильтра есть белый шум, т.е. АР-процесс с параметрами  $\sigma^2$ ,  $\bar{a} = (a_1, \dots, a_p)^T$ , равными:  $\sigma^2 = 1$ ,  $\bar{a} = 0$ , против сложной альтернативы  $H'_1$  – это АР-процесс с произвольными параметрами  $\sigma^2 > 1$ ,  $|\bar{a}| > 0$ . Если длина скользящего временного окна достаточно велика:  $T \gg p$  (где  $p$  – порядок АР-модели), а отношение сигнал/помеха мало, то функция правдоподобия для гипотез  $H'_0$ ,  $H'_1$  может быть аппроксимирована следующей формулой:

$$l_t = C \exp\{\bar{b}^+ \bar{D}_t - (T/2)|\bar{b}|^2\}, \quad (3)$$

где  $\bar{b}^+ = (1/\sigma, a_1/\sigma, a_p/\sigma)$ , а векторная (асимптотически достаточная) статистика  $\bar{D}_t$  равна

$$\bar{D}_t = (D_{t,0}, \dots, D_{t,p})^+, \quad D_{t,k} = \sum_{l=k}^T z_{t+l} z_{t+l-k}.$$

Известно, что если функция правдоподобия имеет форму (3), то существует тест для проверки гипотез  $H'_0$ ,  $H'_1$ , обладающий целым рядом оптимальных свойств [10]. Этот тест выражается правилом:

- сигнал отсутствует, если  $d_t < K$ ,
- сигнал присутствует, если  $d_t > K$ ,

где

$$d_t = |D_t|^2 = \sum_{k=0}^p D_{t,k}^2.$$

Когда сигнал отсутствует, статистика  $d_t$  имеет вероятностное распределение, приблизительно равное распределению  $\chi^2$  с  $p+1$  степенями свободы. Это дает возможность вычислить значение порога  $K$ , обеспечивающее заданную вероятность ложных тревог.

### 5. Статистически оптимальное оценивание моментов вступления сейсмических фаз

Чтобы обеспечить точную оценку координат эпицентра обнаруженного сейсмического события по данным одной сейсмической группы, необходимо оценить моменты вступления нескольких сейсмических фаз, порождаемых этим событием, таких как  $P, S, L_g$  или  $R_g$ . Ниже рассматривается статистически оптимальный алгоритм оценки моментов вступления сейсмических фаз, предназначенный для анализа широкополосного временного ряда на выходе шумоподавляющей многоканальной процедуры обработки данных сейсмической группы, такой как АОГФ или ПФЛ. В основе алгоритма лежит трактовка момента вступления сейсмической волны на сейсмограмме как момента резкого изменения статистических характеристик наблюдаемого процесса. Иными словами, мы основываемся на следующей статистической модели процесса на выходе АОГФ или ПФЛ:

– при  $t_1 < t < \tau$  временной ряд  $y_t = n_t$  есть гауссовский случайный процесс с энергетическим спектром  $g_1(f)$ ,

– при  $\tau < t < t_2$  временной ряд  $y_t = n_t + s_t$  есть гауссовский случайный процесс с энергетическим спектром  $g_2(f)$ ,

где  $(t_1, t_2)$  – интервал, в котором ищется точная оценка момента  $\tau$  вступления сигнала (этот интервал может считаться известным после обнаружения сигнала). Оптимальный алгоритм оценки момента вступления для модели наблюдений строится по методу максимума правдоподобия на основе аппроксимации процессов до этого момента и после него АР-процессами с различными параметрами спектра. Поиск максимума функции правдоподобия осуществляется перебором для всех  $\tau$  от  $t_1$  до  $t_2$ . На каждом шаге по  $\tau$  методом Левинсона-Дарбина вычисляются АР-модели наблюдений на интервалах  $(t_1, \tau)$  и  $(\tau, t_2)$ . Значение функции правдоподобия момента вступления для текущего времени  $\tau$  вычисляется по формуле [10,18]:

$$L(\tau) = \tau \ln \sigma^2(\tau) - (N - \tau) \ln \sigma_2^2(\tau),$$

где  $\sigma_i^2$ ,  $i = \overline{1, 2}$  – дисперсия остатков для модели авторегрессии,  $N = t_2 - t_1$ .

### 6. Сглаженный спектральный анализ с высоким разрешением

Для определения координат эпицентров сейсмических событий по данным одной сейсмической группы кроме моментов вступления сейсмических волн различных типов необходимо определение азимутов и кажущихся скоростей этих волн.

Оценивать эти величины по данным группы можно с помощью пространственного спектрального анализа, позволяющего выделить точку на плоскости волновых чисел, которой соответствует максимум пространственного спектра. Классический широкополосный пространственный спектральный анализ, используемый в настоящее время для обработки данных малоапertureных сейсмических групп [6, 7], обладает низкой разрешающей способностью, если число датчиков в группе меньше 10. Пространственный спектральный анализ с высоким разрешением в форме, предложенной Кейпоном в [4], подразумевает достаточно громоздкие вычисления и часто в силу этого не может быть применен в рутинном анализе.

Мы предлагаем использовать многомерную АР-оценку данных сейсмической группы для вычисления пространственного спектра по формуле

$$\hat{p}(f, \bar{k}) = [h^+(f, \bar{k}) \hat{F}^{-1}(f) h^+(f, \bar{k})]^{-1}, \quad (4)$$

где  $h(f, \bar{k}) = (\exp(i2\pi f \bar{r}_i^T \bar{k}), i \in (1, M))$ ,  $\bar{r}_i$  – координаты  $i$ -го датчика группы,  $M$  – число датчиков,  $\hat{F}^{-1}(f)$  – матричный полином (2) – многомерная АР-оценка обратной матричной спектральной плотности сигналов датчиков группы на интервале, где присутствует анализируемая волновая фаза,  $\bar{k} = (k_1, k_2)$  – вектор волновых чисел, связанный известными соотношениями с азимутом  $\alpha$  и кажущейся скоростью волны  $v$ . Этот подход аналогичен описанному выше методу адаптации оптимального группового фильтра.

Заметим, что значения  $\hat{p}(f, \bar{k})$  в формуле (4) для каждой частоты  $f$  есть сглаженные по частоте оценки пространственного спектра в пределах интервала  $(f - \Delta f, f + \Delta f)$ . Это связано с тем, что АР-оценка  $F^{-1}(f)$  обратного матричного спектра является сглаженной по частоте оценкой. Ширина интервала сглаживания  $2\delta f$  определяется порядком  $p$  многомерной АР-модели и убывает с ростом  $p$ . Поэтому оценка (4) не является обычной Кейпоновской узкополосной оценкой пространственного спектра. Мы называем ее сглаженной оценкой с высоким разрешением.

Дополнительное усреднение этой оценки в пределах заданной полосы частот  $(f_{\min}, f_{\max})$  может быть выполнено по формуле

$$\hat{P}(\bar{k}) = \sum_{j=1}^L \hat{p}(f_j, \bar{k}),$$

где  $f_{\min} < f < f_{\max}$ ,  $f_j - f_{j-1} = \Delta f$ ,  $L = \text{int}[(f_{\max} - f_{\min})/\Delta f]$ ,  $\text{int}[a]$  – наибольшее целое, не превосходящее  $a$ .

## ТЕСТИРОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОЦЕДУР ОБРАБОТКИ ДАННЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ГРУПП

Алгоритмы и программы адаптивной оптимальной групповой фильтрации, обнаружения, оценки моментов вступления и пространственного спектрального анализа были широко апробированы на данных Скандинавских малоапертурных сейсмических групп NORESS, ARCESS и FINESA. Указанные группы предназначены, в основном, для регистрации сигналов от региональных событий в радиусе 1500 км, но демонстрируют высокую эффективность и при приеме телесейсмических событий, в частности, сигналов от подземных ядерных взрывов с ядерных полигонов бывшего СССР, Китая, США и Франции. Эти группы состоят из 25 короткопериодных сейсмоприемников, расположенных в круге диаметром 3 км.

Высокая когерентность шумового поля в районах установки этих групп, определяемая влиянием побережья океана, позволяет получить большой выигрыш в отношении сигнал/шум при применении АОГФ по сравнению с ПФЛ, используемой в настоящее время для рутинной обработки. Были проведены многочисленные эксперименты по адаптивному подавлению сейсмических помех, зарегистрированных на группах NORESS, ARCESS и FINESA в разное время суток и в неблагоприятные, с точки зрения помеховой обстановки, сезоны (август – сентябрь 1989 г., апрель – май 1990 г., сентябрь – октябрь 1990 г.) Эти эксперименты позволяют утверждать, что АОГФ демонстрирует на указанных группах средний выигрыш порядка 13–17 дБ в полосе частот от 0.2 до 5 Гц и 10–15 дБ в полосе частот от 0.2 до 10 Гц [12,13] (см. таблицу).

В качестве примера на рис. 3 показан результат обработки с помощью ПФЛ и АОГФ 40-минутной записи чистого шума, зарегистрированной на группе NORESS в апреле 1990 г. Адаптация АОГФ производилась на первых двух минутах данной записи. Сравнение трасс 1 и 2 характеризует выигрыш в отношении сигнал/шум, достигаемый АОГФ по сравнению с ПФЛ. Очевидная стабильность подавления помех с помощью АОГФ свидетельствует о стабильности их статистических характеристик на протяжении достаточно длинных интервалов времени. Это позволяет утверждать, что адаптация АОГФ к текущим помехам может производиться не слишком часто, что существенно с точки зрения требуемых ресурсов компьютера, поскольку адаптация – достаточно трудоемкая процедура. На рис. 4 изображены зависимости от времени выигрыша АОГФ при обработке помех, зарегистрированных на группах NORESS и ARCESS в различное время суток. Мощность помех на выходах схем обработки АОГФ и ПФЛ вычислялась каждые 5 мин., адаптация производилась по первым двум минутам каждой записи. Средний выигрыш составил в этом эксперименте 13 дБ на группе NORESS и 16 дБ на группе ARCESS.

Увеличение отношения сигнал/шум в результате применения процедуры АОГФ существенно улучшает результаты последующих процедур обработки сигналов. На рис. 5 представлены результаты выделения с помощью ПФЛ и АОГФ сигнала от слабого Семипалатинского ядерного взрыва (28 декабря 1988 г.) на группе ARCESS и последующего детектирования  $P$ -волны этого события с помощью одномерного статистически оптимального детектора. Сигнал от взрыва было невозможно обнаружить в широкой полосе частот 0.2–5 Гц с помощью ПФЛ (трасса 1) и последующего применения STA/LTA детектора. Использование статистически

**ТАБЛИЦА.** Сравнение эффективности подавления помех с помощью АОГФ и ПФЛ при выделении сейсмических фаз локальных и региональных событий

| Время<br>в очаге<br>(день года,<br>час, мин, с) | Группа,<br>расстояние<br>до эпицентра,<br>км | Тип<br>фазы | Выигрыш<br>в отношении<br>сигнал/шум<br>для АОГФ<br>по сравнению<br>с ПФЛ, дБ | Выигрыш<br>в отношении<br>сигнал/шум<br>для АОГФ<br>по сравнению<br>с одним датчиком,<br>дБ | Полоса<br>частот,<br>Гц |
|---|--|-------------|---|---|-------------------------|
| 298:17.51.50                                    | ARCESS<br>508.4                              | P           | 13.2  | 15.8  | 0.2–5                   |
| 282:12.04.13                                    | FINESA<br>287.9                              | P           | 18.7  | 20.3  | 0.2–5                   |
|   |  | P           | 16.3  | 18.0  | 0.2–10                  |
|   |  | S           | 16.6  | 18.6  | 0.2–5                   |
|   |  | S           | 14.2  | 16.3  | 0.2–10                  |
|   |  | $L_g$       | 14.3  | 16.4  | 0.2–10                  |
| 294:09.13.00                                    | FINESA<br>772.3                              | P           | 20.6  | 22.7  | 0.2–5                   |
|   |  | S           | 18.0  | 20.7  | 0.2–5                   |
|   |  | $L_g$       | 17.3  | 20.1  | 0.2–5                   |
|   | NORESS<br>1302.7                             | P           | 15.8  | 19.9  | 0.2–5                   |
|   |  | S           | 13.6  | 18.1  | 0.2–5                   |
|   |  | $L_g$       | 16.5  | 18.3  | 0.2–5                   |
| 284:09.38.09                                    | NORESS<br>1219.0                             | P           | 13.0  | 16.6  | 0.2–5                   |
|   |  | P           | 9.3   | 13.1  | 0.2–10                  |
|   |  | P           | 7.9   | 11.6  | 0.2–20                  |
|   | FINESA<br>1771.0                             | P           | 20.1  | 21.3  | 0.2–5                   |
| 292:12.31.45                                    | FINESA<br>164.4                              | P           | 13.3  | 16.4  | 0.2–10                  |
|   | ARCESS<br>390.4                              | P           | 13.4  | 17.8  | 0.2–10                  |
| 294:19.32.03                                    | FINESA<br>259.0                              | P           | 21.5  | 23.0  | 0.2–10                  |
|   | NORESS<br>564.6                              | P           | 14.9  | 18.8  | 0.2–5                   |
|   |  | S           | 13.0  | 16.8  | 0.2–5                   |
|   |  | $L_g$       | 12.7  | 17.0  | 0.2–5                   |

оптимального детектора после широкополосной ПФЛ (трасса 2) также не позволило надежно обнаружить сигнал. В то же время, на выходном сигнале АОГФ (трасса 3)  $P$ -волна от взрыва отчетливо проявляется в виде высокочастотных колебаний, хотя и имеет отношение сигнал/шум, меньшее 1. Статистически оптимальное детектирование после АОГФ уже обеспечивает надежное обнаружение сигнала от взрыва, так как значения сигнала на выходе детектора в интервале существования  $P$ -волны значительно превышают шумовые флуктуации (трасса 4).

Широкополосный статистически оптимальный детектор имеет очень высокую чувствительность и его можно, в принципе, использовать и без предварительных

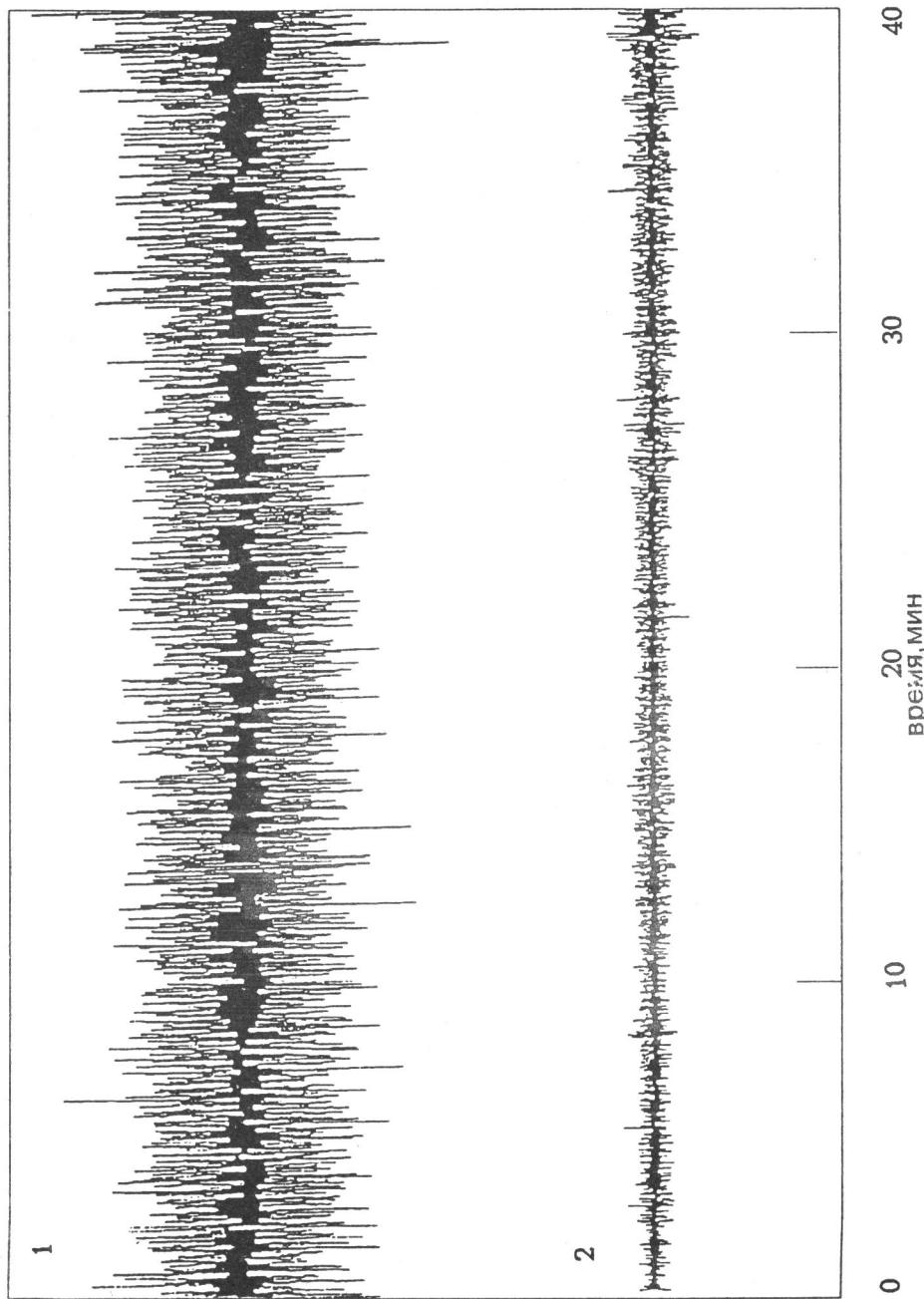


Рис. 3. Результаты обработки помех, зарегистрированных группой NORESS с помощью ПФЛ (трасса 1) и ОГФ (трасса 2) в длительном интервале времени

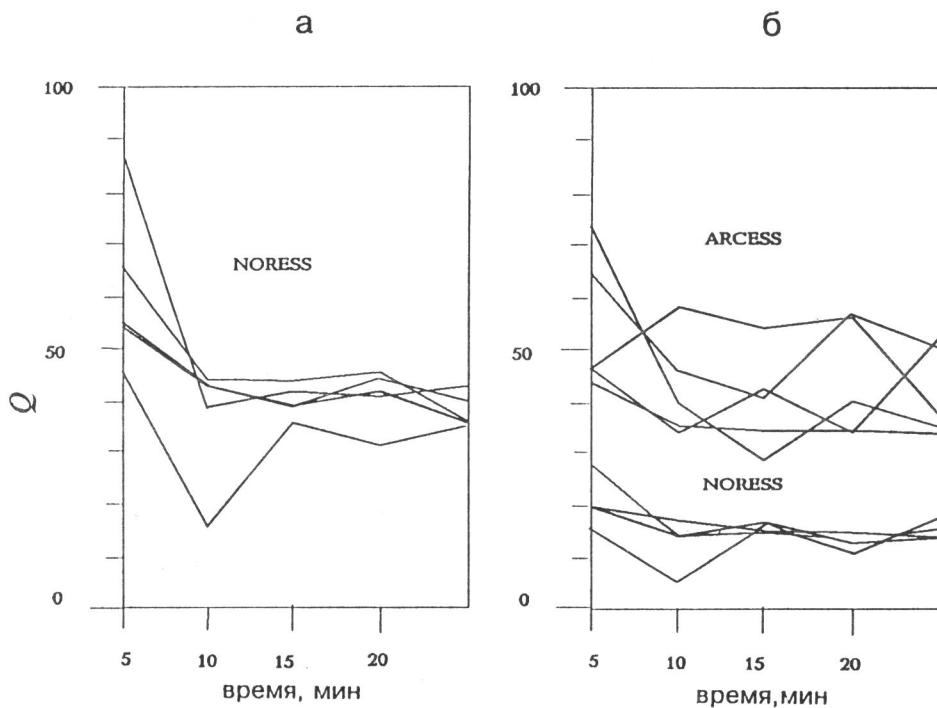


Рис. 4. Сравнение эффективности  $Q$  подавления сейсмических помех на группах NORESS и ARCESS с помощью АОГФ для разных реализаций помех

*а* – выигрыш АОГФ по сравнению с отношением сигнал/шум на выходе сейсмического датчика; *б* – выигрыши АОГФ по сравнению с ПФЛ

шумоподавляющих процедур, таких как ПФЛ или АОГФ. На рис. 6 приведен пример работы этого детектора при обнаружении  $P$ - и  $S$ -волн на сейсмограмме слабого локального события, записанного центральным датчиком группы NORESS. Адаптация детектора производилась по записи чистых помех на интервале длительностью 30 сек, непосредственно предшествующем показанному на рис. 6. Для аппроксимации спектра помех использовалась АР-модель 5-го порядка.  $P$ - и  $S$ -волнам, практически полностью скрытым помехами, соответствуют два четких пика на трассе оптимального детектора. Величина этих пиков значительно превышает флуктуации статистики детектора на интервале чистой помехи, предшествующем  $P$ -волне.

Возможности метода максимума правдоподобия для оценки моментов вступления  $S$ - и  $L_g$ -волн (на фоне коды предыдущих фаз) демонстрирует рис. 7. В этом эксперименте использовались сейсмограммы группы FINESA. На трассе 4 показан выходной сигнал АОГФ, – он содержит  $S$ - и  $L_g$ -фазы события. Функции правдоподобия момента вступления сигнала рассчитывались в этом эксперименте для трех перекрывающихся интервалов времени (трассы 1, 2 и 3 на рис. 7). Первый интервал содержит момент вступления  $S$ -фазы и функция правдоподобия на этом интервале имеет отчетливый максимум. На втором интервале не было каких-либо

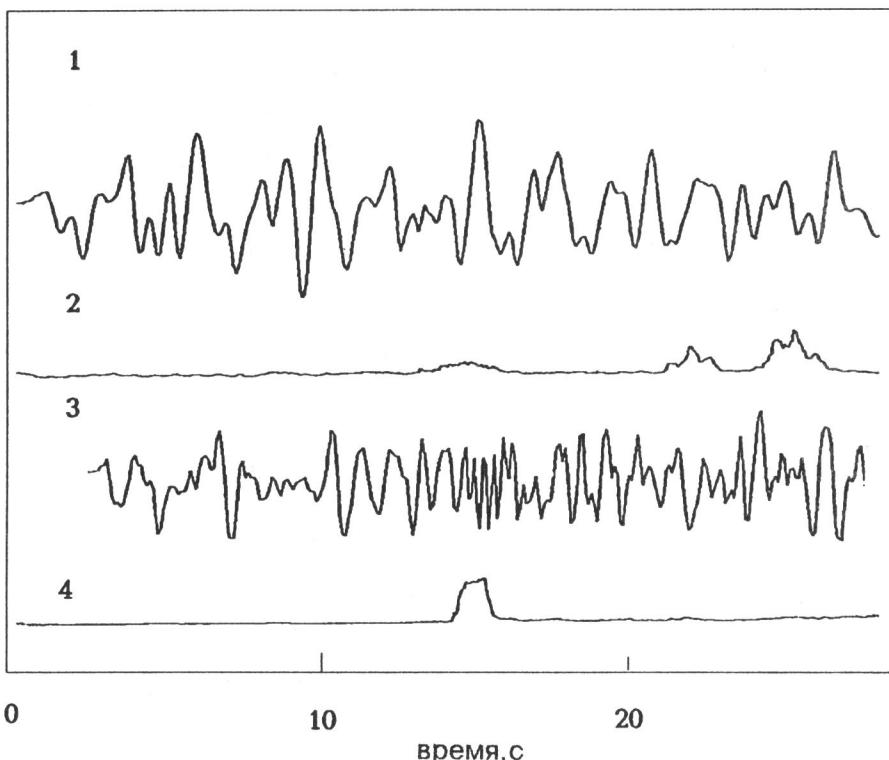


Рис. 5. Выделение сигнала и детектирование  $P$ -волны от слабого Семипалатинского подземного ядерного взрыва по записи группы ARCESS

1 – результат обработки данных с помощью ПФЛ; 2 – значение статистики оптимального детектора в скользящем временном окне для выходного сигнала ПФЛ; 3 – результат обработки данных с помощью АОГФ; 4 – значение статистики оптимального детектора в скользящем временном окне для выходного сигнала АОГФ

четких вступлений сейсмических волн и функция правдоподобия на этом интервале сильно флюктуирует, не обнаруживая очевидного максимума. Третий интервал содержит четкий момент вступления  $L_g$ -фазы, и опять функция правдоподобия имеет четкий максимум.

Следующий пример иллюстрирует применение трех описанных выше оптимальных статистических алгоритмов: АОГФ, статистически оптимального детектора и оптимальной оценки момента вступления. При обнаружении слабых событий часто пропускаются некоторые волновые фазы сейсмического сигнала, что не позволяет надежно определять местоположение сейсмического источника. С помощью указанных выше алгоритмов можно эффективно искать пропущенные фазы на сейсмограмме и оценивать моменты их вступления. На рис. 8 приведены результаты обработки сейсмограмм группы NORESS, для которых стандартные процедуры обнаружения и идентификации привели к пропуску  $S$ -фазы и неправильной идентификации  $L_g$ -фазы слабого местного события. Последовательное применение

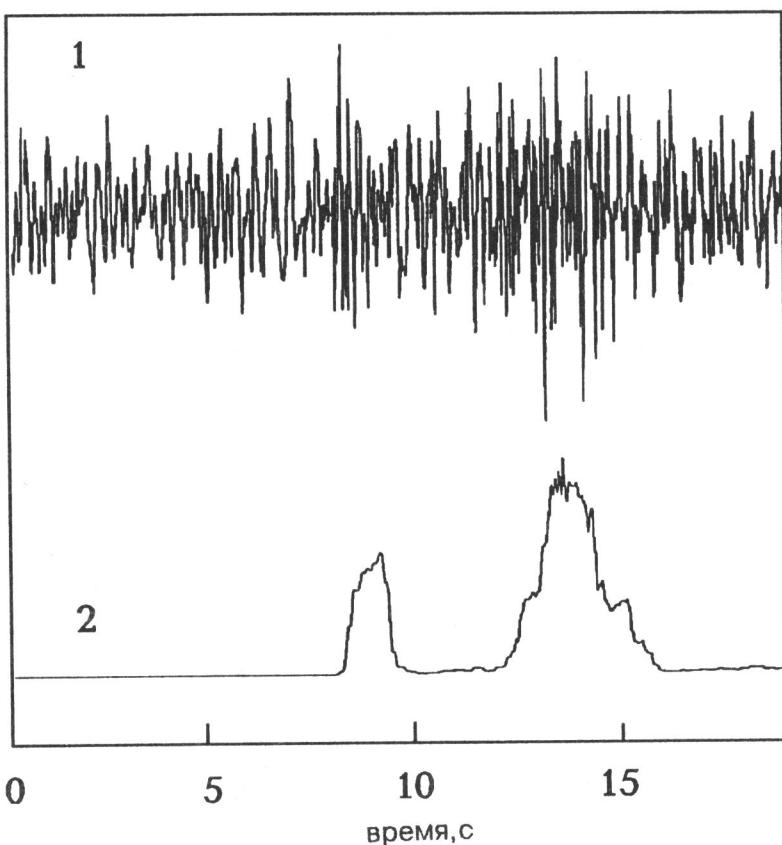


Рис. 6. Широкополосное детектирование  $P$ - и  $S$ -волн слабого локального события по данным одного вертикального сейсмометра

1 – сейсмограмма события; 2 – зависимость от времени статистики детектора

этих трех алгоритмов позволило обнаружить указанные фазы и оценить моменты их вступления.

На рис. 9 приведены результаты сравнения обычной широкополосной оценки пространственного спектра и сглаженной оценки пространственного спектра с высоким разрешением, описанной в п. 6. С помощью этих алгоритмов были обработаны сейсмограммы Гиндукушского землетрясения, записанного на центральной подгруппе большой сейсмической группы NORSEAR. Подгруппа содержит 6 вертикальных сейсмометров, 5 из которых расположены по окружности диаметром приблизительно 6 км, а один – в центре этой окружности. Сравнение ширины пиков на поверхностях пространственных спектров 1 и 2 демонстрирует выигрыш в разрешающей способности предложенного алгоритма по сравнению с обычным пространственным спектральным анализом.

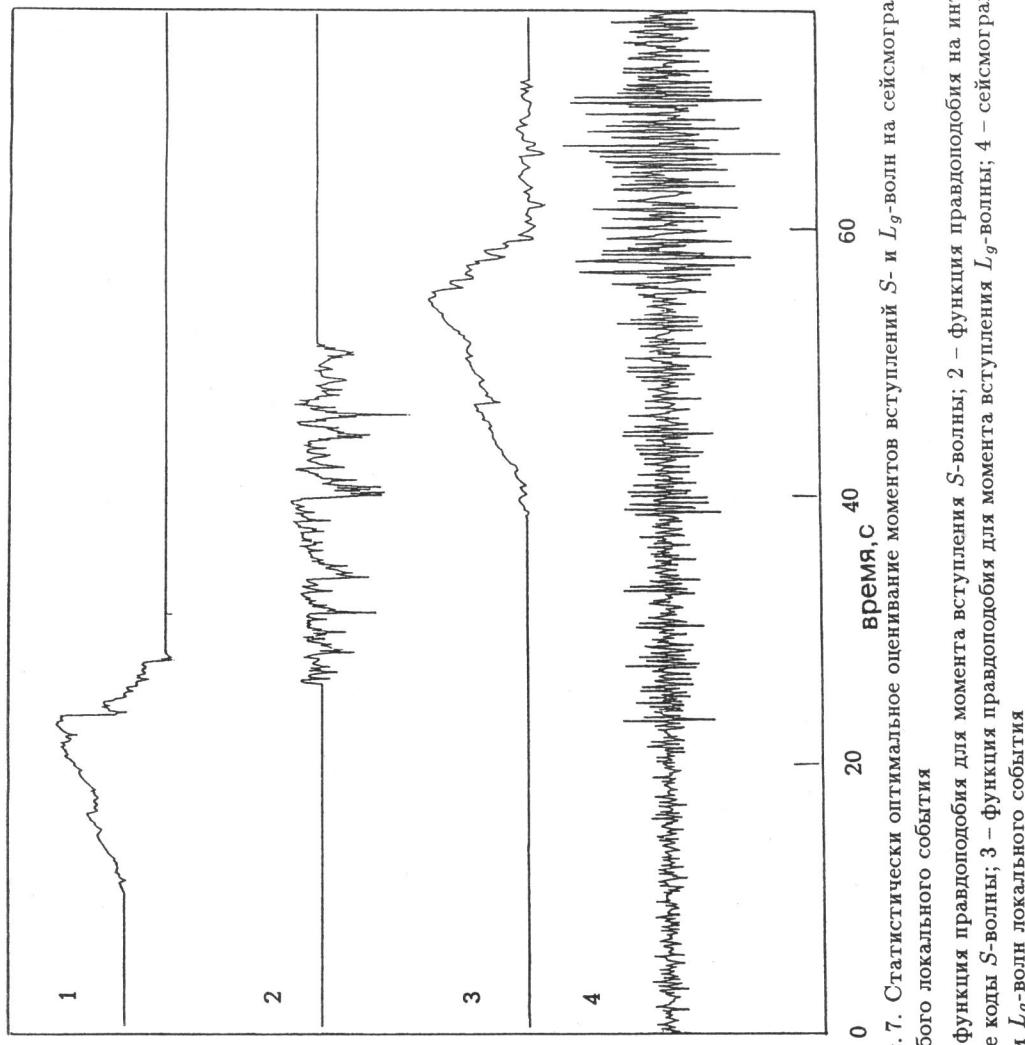


Рис. 7. Статистически оптимальное оценивание моментов вступления  $S$ - и  $L_g$ -волни на сейсмограмме слабого локального события

1 – функция правдоподобия для момента вступления  $S$ -волны; 2 – функция правдоподобия на интервале коды  $S$ -волны; 3 – функция правдоподобия для момента вступления  $L_g$ -волны; 4 – сейсмограмма  $S$ - и  $L_g$ -волни локального события

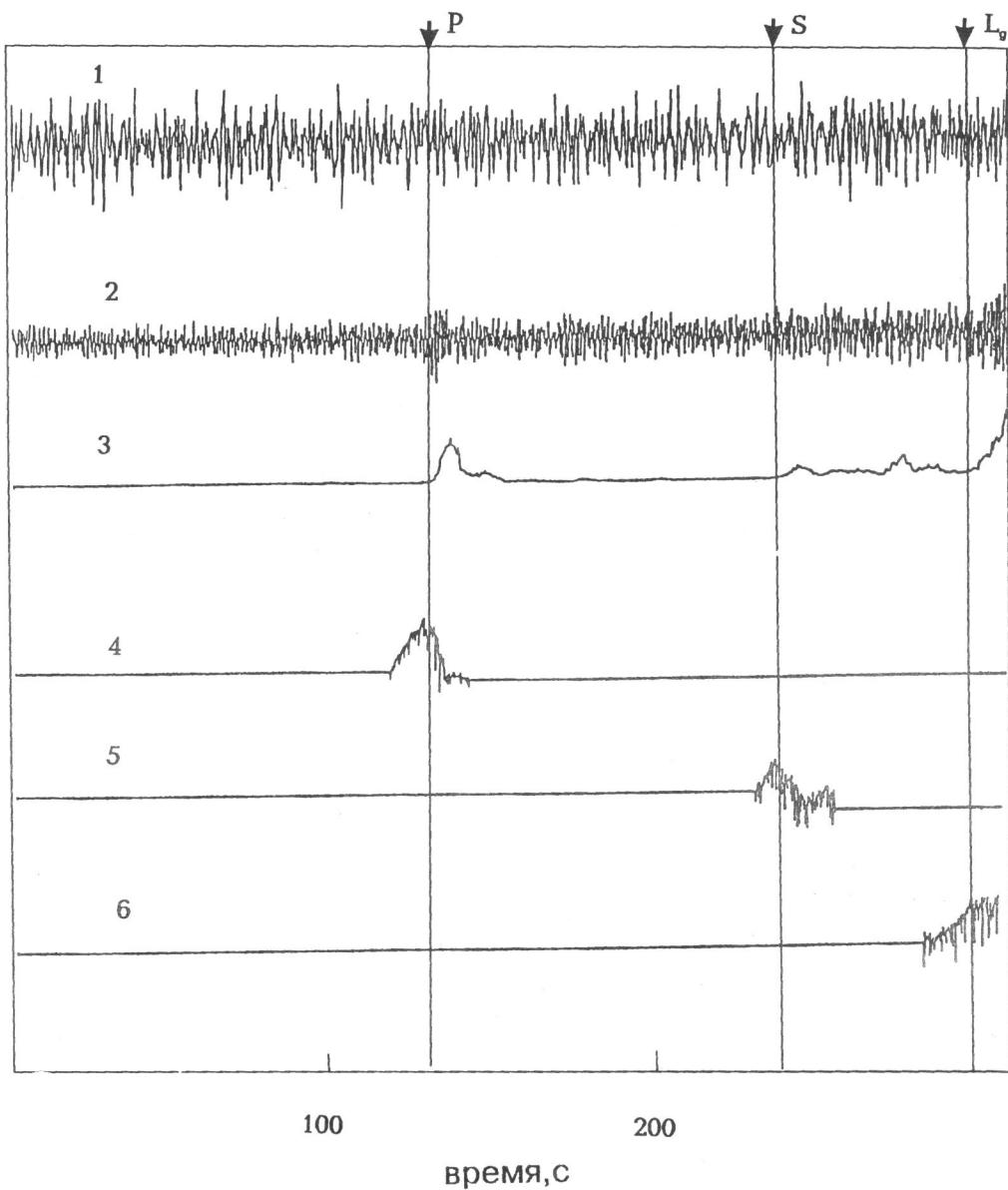


Рис. 8. Обнаружение и оценка моментов вступлений  $P$ -,  $S$ - и  $L_g$ -волн слабого локального события с помощью статистически оптимальных процедур

1 – трасса выходного сигнала ПФЛ; 2 – трасса выходного сигнала АОГФ; 3 – значения статистики детектора, примененного к трассе 2; 4 – функция правдоподобия для момента вступления  $P$ -волны; 5 – функция правдоподобия для момента вступления  $S$ -волны; 6 – функция правдоподобия для момента вступления  $L_g$ -волны. Стрелками указаны рассчитанные по годографам моменты вступления  $P$ -,  $S$ - и  $L_g$ -волн

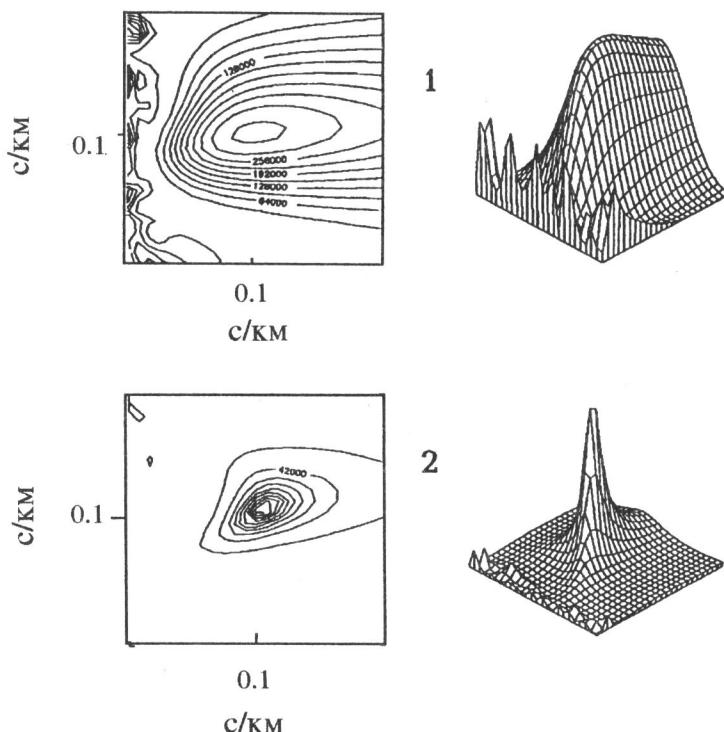


Рис. 9. Сравнение разрешающей способности оценок пространственного спектра на сейсмограммах  $P$ -волны Гиндукушского землетрясения, записанного группой из 6 датчиков центральной подгруппы NORSAR

1 – линии уровня и поверхность обычной широкополосной оценки; 2 – линии уровня и поверхность слаженной оценки с высоким разрешением

*Благодарности.* Настоящая работа была выполнена при поддержке Международного Научного Фонда (проект МДС000) и Российского Фонда Фундаментальных Исследований (код проекта 94-05-17758-а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Bungam H., Huseby E., Ringdal F. The NORSAR array and preliminary results of data analysis // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1971. N 25. P.115–126.
2. Steinberg B. Large aperture teleseismic array theory // Darpa report of first LASA system evaluation conference. Wash.: 1965. P.268–273.
3. Capon J., Greenfield R., Kolker R., Lacoss R. Short-period signal processing results for large aperture seismic array // Geophysics. 1968. Vol.33. P.452–472.
4. Кейпон Д. Пространственно временной спектральный анализ с повышенным разрешением // ТИИЭР. 1969. Т.57. С.1408–1418.
5. Capon J. Application of space-time domain decision and estimation theory to antenna processing system design // Proc. IEEE. 1970. Vol.58. P.170–180.

6. *Mykkeltveit S., Bungam H.* Processing of regional events using data from small-aperture arrays // Bull. Seism. Soc. Amer. 1984. Vol.74. P.2313–2333.
7. *Mykkeltveit S., Ringdal F., Kvarna T., Alewine R.* Application of regional arrays in seismic verification research // Bull. Seism. Soc. Amer. 1990. Vol.80. P.1777–1800.
8. *Shen W.W.* A constrained minimum power adaptive beamformer with time-varying adaptation rate // Geophysics. 1979. Vol.44. P.1088–1096.
9. *Кушнир А.Ф., Лапшин В.М.* Оптимальная обработка сигналов, принимаемых группой пространственно распределенных датчиков // Логические и вычислительные методы в сейсмологии. М.: Наука, 1984. С.159–170. (Вычисл. сейсмология; Вып.17).
10. *Кушнир А.Ф., Мостовой С.В.* Статистический анализ геофизических полей. Киев: Наукова Думка, 1990. 273 с.
11. *Kushnir A.F., Lapshin V.M., Pinsky V.J., Fyen J.* Statistically optimal event detection using small array data // Bull. Seism. Soc. Amer. 1990. Vol.80. P.1034–1047.
12. *Kushnir A.F., Pinsky V.J., Tsvang S.L., Fyen J., Makkelteit S., Ringdal F.* Optimal group filtering and noise attenuation for NORESS and ARCESS arrays // Semianual Technical Summary, NORSAR Sci. Rep. 1–90/91. Kjeller: November 1990. P.115–134.
13. *Kushnir A.F., Fyen J., Kvarna T.* Multichannel statistical data processing algorithms in the framework of the NORSAR event processing program package // Semianual Technical Summary, NORSAR Sci. Rep. 2–90/91. Kjeller: May 1991. P.104–107.
14. *Хеннан Э.* Многомерные временные ряды. М.: Мир, 1974. 575 с.
15. *Wigging R.A., Robinson E.A.* Recursive solution of the multichannel filtering problems // J. Geophys. Res. 1968. Vol.70. P.1885–1891.
16. *Кушнир А.Ф., Писаренко В.Ф., Рукавишникова Т.А.* Компенсация помех в многомерных геофизических наблюдениях // Методы и алгоритмы интерпретации сейсмологических данных. М.: Наука, 1980. С.146–151. (Вычисл. сейсмология; Вып.15).
17. *Кушнир А.Ф., Никифоров И.В., Савин И.В.* Статистические аддитивные алгоритмы автоматического обнаружения сейсмических сигналов. I. Одномерный случай // Прогноз землетрясений и изучение строения Земли. М.: Наука, 1982. С.309–325. (Вычисл. сейсмология; Вып.15).
18. *Pisarenko V.F., Kushnir A.F., Savin I.V.* Statistical adaptive algorithms for estimations of onset moments of seismic phases // Phys. Earth and Planet. Inter. 1987. Vol.47. P.888–900.